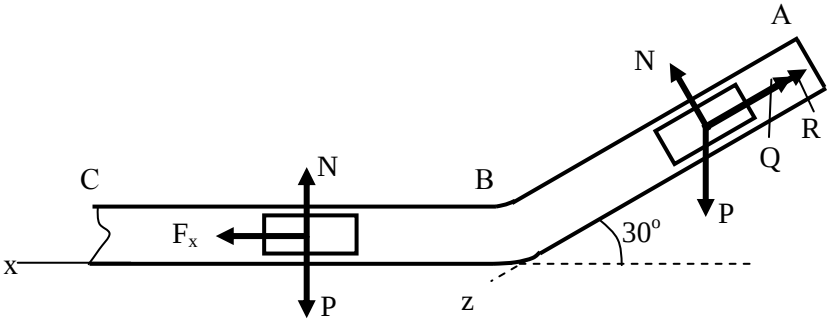
ЗАДАНИЕ Д1-00

Дано: m =2,4 кг, v_0 =12 м/с, Q=5 Н, R= $0{,}8v^2$ Н, ℓ =1,5 м, $F_x = 4\sin 4t$ Н.

Найти: $x = f(t)$ - закон движения груза на участке ВС



РЕШЕНИЕ:

1) Рассмотрим движение груза на участке АВ, считая груз материальной точкой. На груз действуют сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$, реакция стенки $\vec{N}$ постоянная сила $\vec{Q}$ и сила сопротивления $\vec{R} = 0{,}8v^2$. Проведем ось Oz вдоль АВ.

Составим дифференциальное уравнение движение в проекции на эту ось: $m\dfrac{dv_z}{dt} = \sum F_{iz}$ или $mv_z\dfrac{dv_z}{dz} = -Q - R + P\sin 30$.

Перепишем это уравнение с учетом того, что $v_z = v$: $v\dfrac{dv}{dz} = \dfrac{0{,}8}{m}\left(\dfrac{mg\sin 30 - Q}{0{,}8} - v^2\right)$. Обозначим $a = \dfrac{0{,}8}{m} = \dfrac{0{,}8}{2{,}4} = 1/3\,(\text{м}^{-1})$ и $q = \dfrac{mg\sin 30 - Q}{0{,}8} = \dfrac{2{,}4\cdot 10\cdot 0{,}5 - 5}{0{,}8} = 8{,}75\,(\text{м}^2/\text{с}^2)$.

Тогда $v\dfrac{dv}{dz} = a(q - v^2)$, разделяя переменные $\dfrac{2vdv}{v^2 - q} = -2adz$ интегрируем: $\ln(v^2 - q) = -2az + C_1$.

Постоянную C_1 находим по начальным условиям: при $z = 0$ $v = v_0$, что дает $C_1 = \ln(v_0^2 - q)$. Следовательно $\ln(v^2 - q) = -2az + \ln(v_0{}^2 - q)$ или $\ln\dfrac{v^2 - q}{v_0^2 - q} = -2az$.

Отсюда получаем $v^2 = q + (v_0^2 - q)e^{-2az}$.

При перемещении груза в точку В $z = \ell$ =1,5 м, $v = v_B$.

Тогда

$$v_B^2 = 8{,}75 + \frac{144 - 8{,}75}{e} = 58{,}51 \qquad \text{и} \qquad v_B = 7{,}65 \text{ м/с.}$$

2). При рассмотрении движения груза на участке ВС найденная скорость будет для движения на этом участке начальной скоростью.

Составим дифференциальные уравнения движения груза в проекции на оси Ox и Oy:

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x \text{ или } \frac{dv_x}{dt} = \frac{4}{m}\sin 4t.$$

Разделяя переменные и интегрируя получим $v_x = -\dfrac{1}{m}\cos 4t + C_2$; при начальных условиях при $t = 0$ $v_0 = v_B$ и $C_2 = v_B + \dfrac{1}{m} = 7{,}65 + \dfrac{1}{2{,}4} = 8{,}07$. То есть

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 8{,}07 - 0.417\cos 4t.$$

После интегрирования: $x = 8{,}07t - \dfrac{0{,}417}{4}\sin 4t + C_3$. Т.к. при $t = 0$ $x = 0$ то $C_3 = 0$ и окончательно искомый закон движения груза на участке ВС будет

$$\boxed{x = 8{,}07t - 0{,}104\sin 4t}$$

www.targ.stig85.ru